**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра МО ЭВМ**

отчет

**по лабораторной работе №3  
по дисциплине «Методы оптимизации»**

**Тема: Решение прямой и двойственной задач**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8383 |  | Киреев К.А. |
| Преподаватель |  | Мальцева Н.В. |

Санкт-Петербург

2021

## Цели работы

* Постановка задачи линейного программирования и её решение с помощью стандартной программы.
* Исследование прямой и двойственной задачи.

**Краткие теоретические сведения**

Если исходная задача линейного программирования представлена в виде: найти минимум функции на множестве

,

то двойственная задача линейного программирования может быть сформулирована следующим образом: найти максимум функции на множестве где - матрица, транспонированная к . Двойственная к двойственной задаче есть исходная задача.

Известно, что если существует решение исходной задачи, то существует решение и двойственной задачи, причем значения экстремумов совпадают. При этом координаты экстремальной точки для двойственной задачи являются коэффициентами чувствительности результата в исходной задаче по коэффициентам вектора В.

Рассмотрим видоизмененную исходную задачу:

Найти на множестве

Если исходная задача имеет единственное решение, то при малых и видоизмененная задача имеет решение; причем если - значение минимума , то существует . Оказывается, что есть i-я координата оптимальной точки для двойственной задачи.

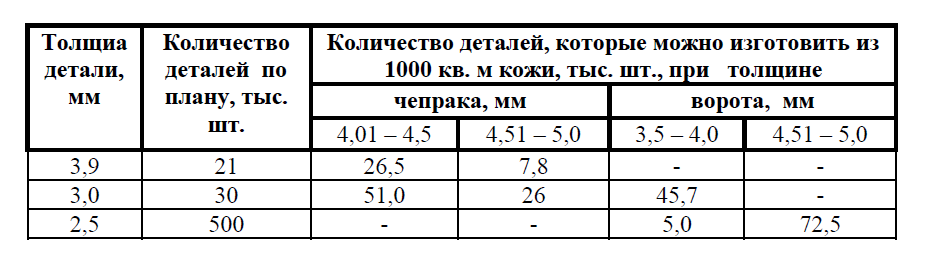
## Содержательная постановка задачи

***Вариант 2***

Рассмотрим задачу оптимального использования материалов при условии, что заданный план изготовления может быть выполнен или перевыполнен: при изготовлении обуви используют, в частности, жесткую кожу – черпак, ворот и др. Каждый из видов в свою очередь делится на несколько категорий по средней толщине. ГОСТом предусмотрено изготовление деталей из определенного вида кожи. Одна и та же деталь может быть изготовлена из разных видов кожи, причем из этих же кож изготовляют и другие детали.

В наличии имеется:

* ***0,9*** тыс. кв. м. чепрака толщиной ***4,01 – 4,5*** мм по цене ***14,4*** р. за 1 кв. м.;
* ***0,8*** тыс. кв. м. черпака толщиной ***4,51 - 5,0*** мм по цене ***16*** р. за 1 кв. м.;
* ***5,0*** тыс. кв. м. ворота толщиной ***3,5 – 4,0*** мм по цене ***12,8*** р. за 1 кв. м.;
* ***7,0*** тыс. кв. м. ворота толщиной ***4,51 – 5,0*** мм по цене ***10,5*** р. за 1 кв. м.



**Формальная постановка задачи**

По заданной содержательной постановке задачи поставим задачу формально. Обозначим за количество приобретенной кожи каждого вида.

Целевая функция – это функция стоимости выполнения плана:

При этом задача имеет следующие ограничения:

## Решение поставленной задачи с помощью готовой программы

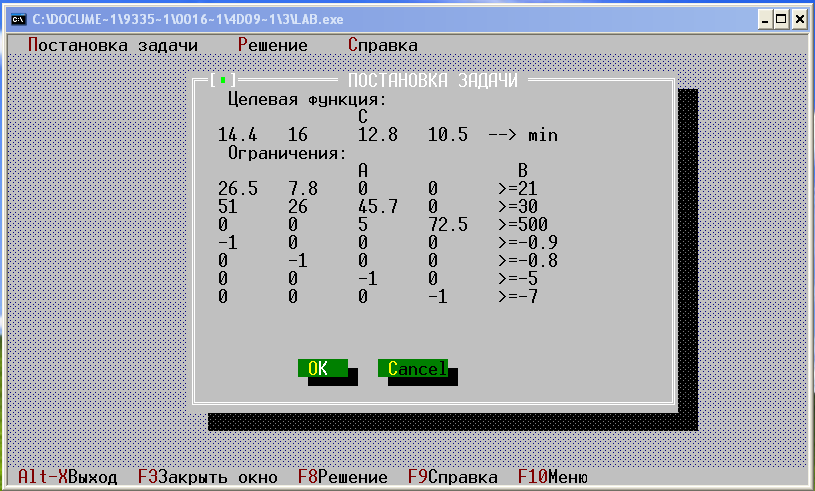


Рисунок 1 – Постановка исходной задачи

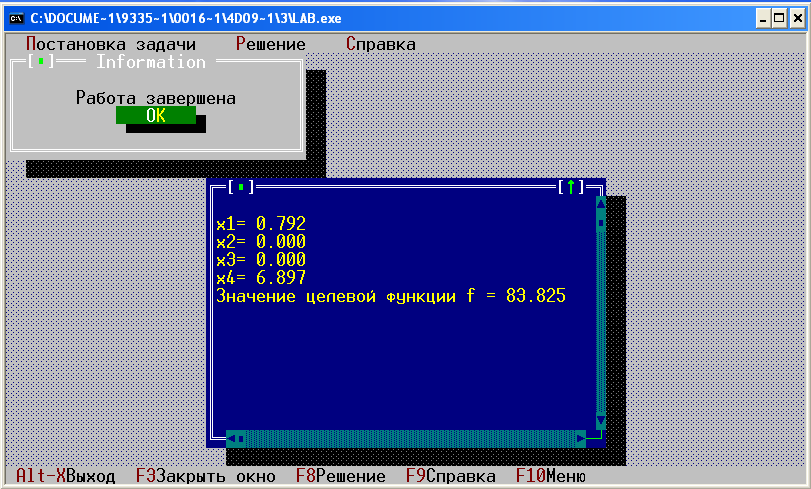


Рисунок 2 – Решение исходной задачи

Координаты оптимальной точки

Значение целевой функции

Т.е. минимальная стоимость выполнения плана будет получена, если не приобретать кожу второго и третьего видов, а приобрести кожи первого вида и кожи четвертого вида.

**Постановка двойственной задачи линейного программирования**

Двойственная задача имеет семь переменных.

Задача имеет вид:

При этом двойственная задача имеет следующие ограничения:

**Решение двойственной задачи с помощью программы.**

## 

Рисунок 3 – Постановка двойственной задачи

## 

Рисунок 4 – Решение двойственной задачи

Решив двойственную задачу, получили

Значение целевой функции

Видно, что . Экстремумы целевых функций совпадают.

## Определение коэффициентов чувствительности исходной задачи по координатам правой части ограничений

* Увеличить - ю координату вектора ограничений правой части на ;
* Решить задачу с новым вектором , ответ – ;
* Вычислить ;
* Сравнить полученное число с -й координатой оптимальной точки двойственной задачи.

Ход работы приведен в таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Постановка задачи | Результат |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

* Вычислим :

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

* Сравним полученные результаты с координатами оптимальной точки двойственной задачи:

Полученные результаты с небольшой разницей совпали с координатами оптимальной точки двойственной задачи.

Экстремальная точка λ\* двойственной задачи является векторным коэффициентом чувствительности исходной задачи по вектору .

## Определение коэффициентов чувствительности исходной задачи по координатам целевой функции

Повторим процедуру, описанную в пункте выше, но будем варьировать на этот раз коэффициенты целевой функции – компоненты вектора C.

Ход работы приведен в таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Постановка задачи | Результат |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

* Вычислим :

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

* Сравним полученные результаты и координаты вектора-решения исходной задачи:

Полученные результаты с небольшой разницей совпали с координатами оптимальной точки исходной задачи.

## Выводы.

В ходе лабораторной работы были изучены прямая и двойственная задачи линейного программирования. Кроме того, экспериментальным путем была подтверждена теорема двойственности и утверждение, что экстремальная точка двойственной задачи является векторным коэффициентом чувствительности исходной задачи по вектору .